

Valor absoluto de un número real

Cualquier número "a" tiene su representación en la recta real. El valor absoluto de un número representa la distancia desde ese número al origen.



Observamos en el dibujo que la distancia del 5 al origen es de 5 unidades, igualmente la distancia del punto -5 al origen es de 5 unidades. En notación esto es $|-5| = 5$

Las barras se leen como el VALOR ABSOLUTO de lo que está dentro de ellas.

De modo general, el valor absoluto de un número real "a", se escribe $|a|$, es el mismo número "a" cuando es positivo o cero, y opuesto de "a", si "a" es negativo.

Análiticamente podemos ver que si "a" es positivo, es decir a la derecha del cero, entonces $|a| = a$ y si está a la izquierda del origen, es decir si "a" es negativo, entonces $|a| = -a$

Por definición, el valor absoluto de $|a|$ será mayor o igual que cero, nunca negativo.

Ejemplo 1) a) $|\frac{1}{2}| = \frac{1}{2}$

b) $|\frac{-1}{2}| = -(\frac{-1}{2}) = \frac{1}{2}$

Ecuaciones con valor absoluto.

Si tenemos la siguiente ecuación: $|x-3|=5$

deberíamos considerar las dos posibilidades de signo.

Es decir, las dos alternativas son:

① $x-3=5 \Rightarrow$ es el caso que $x-3$ sea positivo

o bien ② $x-3=-5 \Rightarrow$ es el caso que $x-3$ sea negativo

Resolviendo la ecuación ① tenemos que:

$$x-3=5$$

$$x=5+3 \Rightarrow \boxed{x=8}$$

y resolviendo la ecuación ② tenemos que:

$$x-3=-5$$

$$x=-5+3 \Rightarrow \boxed{x=-2}$$

efectivamente, estos valores de x satisfacen

la ecuación $|x-3|=5$

Ejemplo: Resolver $|x-4|=3$

Hay dos posibilidades

① $x-4=3$

② $x-4=-3$

Resolvamos la ecuación ①

$$x-4=3 \Rightarrow x=3+4$$

$$\boxed{x=7}$$

Resolvamos la ecuación ②

$$x - 4 = -3$$

$$x = -3 + 4 \Rightarrow x = 1$$

entonces las soluciones son 7 y 1

Otro ejemplo:

Resolver $3|5-4x|=9$

Dividimos a ambos miembros por 3

$$\frac{3|5-4x|}{3} = \frac{9}{3}$$

$$|5-4x| = 3$$

① $5-4x=3$

② $5-4x=-3$

Resolvamos la ec. ①

$$5-4x=3$$

$$-4x=3-5$$

$$-4x=-2$$

$$x = \frac{(-2)}{(-4)} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

Resolvamos la ec. ②

$$5-4x=-3$$

$$\textcircled{8} \quad -4x=-3-5$$

$$-4x=-8 \Rightarrow x = \frac{-8}{-4} \Rightarrow x = 2$$